

**SESSION 2025**

---

**CAPLP  
CONCOURS EXTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS  
et CAFEP CORRESPONDANTS**

**SECTION : MATHÉMATIQUES – PHYSIQUE-CHIMIE**

**ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE**

Durée : 5 heures

---

*Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Le candidat rendra deux copies séparées pour chacune des deux parties de l'épreuve*

*Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.*

*Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.**

## INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

► **Concours externe du CAPLP de l'enseignement public :**

Partie mathématiques			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFE	1315J	101A	9814
Partie Physique-Chimie			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFE	1315J	101B	0725

► **Concours externe du CAFEP/CAPLP de l'enseignement privé :**

Partie mathématiques			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFF	1315J	101A	9814
Partie Physique-Chimie			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFF	1315J	101B	0725

► **3<sup>ème</sup> Concours du CAPLP de l'enseignement public :**

Partie mathématiques			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFV	1315J	101A	9814
Partie Physique-Chimie			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFV	1315J	101B	0725

► **3<sup>ème</sup> Concours du CAPLP de l'enseignement privé :**

Partie mathématiques			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFW	1315J	101A	9814
Partie Physique-Chimie			
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFW	1315J	101B	0725

# **ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE**

**Cette épreuve est constituée de deux parties  
à rendre sur des copies séparées**

**Première partie : mathématiques (pages 1 à 5)**

**Seconde partie : physique-chimie (pages 6 à 19)**

**Documents réponses de la partie physique-chimie 1 et 2  
à rendre avec la copie de physique-chimie (page 20)**



## PARTIE 1 : MATHÉMATIQUES

*La partie Mathématiques est constituée de deux exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.*

*Le premier exercice est un vrai faux avec justification.*

*Le deuxième exercice est constitué de quatre parties.*

### Exercice 1

*Pour chacune des propositions suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.*

1. On considère l'équation dans  $\mathbf{C}$  :  $z^2 - 2iz - 1 + 8i = 0$ .  
**Proposition** : Cette équation admet deux solutions complexes dont les parties réelles sont opposées ou nulles.
  
2. On considère un triangle rectangle dont les longueurs des côtés sont trois entiers consécutifs.  
**Proposition** : Le seul triangle rectangle vérifiant cette condition est celui dont les longueurs des côtés sont respectivement 3, 4 et 5.
  
3. **Proposition** : Si Julie gagne 20 % de moins que Pauline, alors Pauline gagne 20 % de plus que Julie.
  
4. On considère l'équation différentielle (E) :  $y''(t) = y'(t) + 2y(t)$   
**Proposition** : L'unique solution de (E) sur  $\mathbf{R}$  telle que  $y(0) = y'(0) = 0$  est la fonction nulle.
  
5. Soit  $X$  et  $Y$  deux matrices carrées non nulles de même taille à coefficients réels.  
**Proposition** : Si  $XY = 0$  alors les matrices  $X$  et  $Y$  ne sont pas inversibles.
  
6. Un groupe est constitué de 6 filles et 4 garçons. On forme une équipe de cinq personnes, composée de 3 filles et 2 garçons, extraits de ce groupe.  
**Proposition** : On peut réaliser 120 équipes différentes.
  
7. On considère la fonction  $f: x \mapsto \sqrt{x^2 + 3x + 2} - x$  définie sur l'intervalle  $[-1; +\infty[$ .  
**Proposition** :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$ .

8. Une voiture roule à la vitesse uniforme de  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  pendant 1 h 12 min, puis à  $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  pendant une durée inconnue. Sur l'ensemble du trajet, la vitesse moyenne de cette voiture est égale à  $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

**Proposition** : La durée inconnue est 4 h 48 min.

9. On considère trois suites numériques  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  et  $(w_n)$  définies sur  $\mathbf{N}$ . On suppose qu'il existe un entier naturel  $N$  tel que, pour tout  $n \geq N$ ,  $u_n \leq v_n \leq w_n$ .

**Proposition** : Si les suites  $(u_n)$  et  $(w_n)$  convergent alors la suite  $(v_n)$  converge.

10. L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère le plan (P) d'équation  $-2x + 3y - 6z - 27 = 0$  et la sphère (S) de centre  $A(4; -1; 3)$  et de rayon 8.

**Proposition** : Le plan (P) est tangent à la sphère (S).

11. Soit A et B deux événements indépendants.

**Proposition** : Les événements  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  sont des événements indépendants.

## Exercice 2

On considère, pour l'ensemble du problème, les fonctions  $f: x \mapsto e^{-x} \cos(x)$  et  $g: x \mapsto e^{-x}$  définies et dérivables sur  $\mathbf{R}$ .

On note  $C_f$  et  $C_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

### Partie I : Propriétés de la fonction $f$

1. Montrer que :

$$\forall n \in \mathbf{N}, \forall x \in \mathbf{R}, f(x + 2n\pi) = e^{-2n\pi} f(x)$$

2. Expliquer comment, à partir du graphe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , on peut construire le graphe de la fonction  $f$  sur tout intervalle  $[2n\pi, 2(n+1)\pi]$  avec  $n$  entier naturel non nul.
3. Montrer que :  $\forall x \in \mathbf{R}, |f(x)| \leq g(x)$ .
4. Calculer la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
5. En déduire les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

6. On appelle point de contact des courbes  $C_f$  et  $C_g$  tout point dont l'abscisse  $x$  vérifie

$$f(x) = g(x)$$

Déterminer l'ensemble  $H$  des points de contact des courbes  $C_f$  et  $C_g$ .

7. On se propose de montrer que les courbes  $C_f$  et  $C_g$  ont les mêmes tangentes en tous les points de l'ensemble  $H$ .
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C_f$  en tout point de  $H$ .
  - Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C_g$  en tout point de  $H$  et conclure.
8. On s'intéresse à la tangente à la courbe  $C_g$  au point d'abscisse 0.
- Donner une équation de cette tangente.
  - Montrer que cette tangente est au-dessous de la courbe  $C_g$ .

## Partie II : Dérivation

9. Justifier que la fonction  $f$  est la partie réelle de la fonction  $h : x \mapsto e^{x(-1+i)}$  définie sur  $\mathbf{R}$ .
10. Pour tout  $n$  entier naturel, déterminer la dérivée  $n$ -ième de la fonction  $h$ .
11. Soit  $n$  un entier naturel. Écrire  $(-1 + i)^n$  sous forme exponentielle.
12. En déduire que, pour tout  $n$  entier naturel, la dérivée  $n$ -ième de la fonction  $f$ , notée  $f^{(n)}$ , est la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par :

$$x \mapsto \sqrt{2}^n e^{-x} \cos\left(x + \frac{3n\pi}{4}\right)$$

13. Déterminer l'ensemble des entiers naturels  $n$  tels que  $f^{(n)}(0) = 0$ .

## Partie III : Calcul intégral

14. Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $F(x) = \frac{1}{2}e^{-x}(-\cos(x) + \sin(x))$  est une primitive de la fonction  $f$ .
15. Montrer que :

$$\lim_{A \rightarrow +\infty} \int_0^A f(x) dx = \frac{1}{2}$$

On se propose d'étudier la suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n$  entier naturel, par :

$$u_n = \int_0^{2n\pi} |f(x)| dx$$

16.

- a. Étudier les variations de la suite  $(u_n)$ .
- b. Montrer, en utilisant la question 5. que :  $\forall n \in \mathbf{N}, u_n \leq 1$ .
- c. En déduire la convergence de la suite  $(u_n)$ .

17. Montrer que  $u_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + 2e^{-\frac{\pi}{2}} + 2e^{-\frac{3\pi}{2}} - e^{-2\pi} \right)$

18. Montrer que :

$$\forall n \in \mathbf{N}, u_{n+1} = u_n + e^{-2n\pi} u_1$$

19. En déduire que :

$$\forall n \in \mathbf{N}^*, u_n = u_1 \sum_{k=0}^{n-1} e^{-2k\pi}$$

20. Montrer que :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{u_1}{1 - e^{-2\pi}}$$

#### Partie IV : Équation différentielle

21. Démontrer que  $f$  est solution d'une équation différentielle linéaire, du second ordre et à coefficients constants, de la forme :

$$(E) : y'' + ay' + by = 0$$

On donnera les valeurs des nombres  $a$  et  $b$ .

22. Déterminer les conditions initiales  $y(0)$  et  $y'(0)$  telles que  $f$  soit l'unique solution de l'équation différentielle  $(E)$ .

23. On considère la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbf{N}$  par  $v_n = f^n(0)$ .

En utilisant les questions 21. et 22., montrer que :

$$\forall n \in \mathbf{N}, \begin{cases} v_{n+2} = -2v_{n+1} - 2v_n \\ v_0 = 1 \\ v_1 = -1 \end{cases}$$

24. En déduire la formule explicite de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
25. Soit  $n$  un entier naturel. Donner le développement limité à l'ordre  $n$  en 0 de la fonction  $f$ .
26. On note  $(T_0)$  la tangente à  $C_f$  au point A d'abscisse 0.
- a. Justifier qu'une équation de  $(T_0)$  est :

$$y = -x + 1$$

- b. Autour du point A, quelle est la position relative de  $C_f$  par rapport à  $(T_0)$  ? Justifier.
27. Soit un entier naturel non nul  $p$ . On pose :  $h = 10^{-p}$ .
- a. On souhaite déterminer numériquement le plus grand entier naturel  $m$  tel que :

$$\forall x \in [-mh; 0]; f(x) \leq -x + 1$$

Compléter le programme suivant en précisant ce qu'il faut écrire à la place du mot TEXTE.

```

1 from math import *
2 p=int( input (" entrer un entier naturel p = "))
3 h =10**( - p)
4 m=0
5
6 while TEXTE :
7     m=m+1
8
9 print (-(m -1)* h)

```

- b. Expliquer pourquoi ce programme se termine toujours.
- c. Pour tout entier naturel  $n$ ,  $n \geq 2$ , proposer un programme écrit en langage Python permettant de déterminer numériquement le plus grand entier naturel  $l$  tel que :

$$\forall x \in [-lh; 0]; f(x) \geq P_n(x)$$

où  $P_n$  est la partie régulière du développement limité de  $f$  à l'ordre  $n$  en 0.

## **PARTIE 2 : PHYSIQUE-CHIMIE**

### Thème d'étude : Gestion de l'eau et de l'énergie en centre aquatique

#### **Structure de la partie physique-chimie de l'épreuve**

La partie physique-chimie de l'épreuve est structurée autour d'un « dossier documentaire » et d'un « travail à réaliser par le candidat ». Elle doit permettre au candidat :

- de montrer sa maîtrise du corpus de savoirs disciplinaires en physique-chimie adapté à l'enseignement en lycée professionnel ;
- de montrer ses capacités à s'appropriier et analyser les informations fournies ;
- de montrer sa capacité à communiquer par écrit de manière précise et adaptée, tant dans l'utilisation de la langue française que dans l'utilisation du langage scientifique (utilisation d'un vocabulaire précis et adapté, maîtrise de l'écriture des résultats numériques).

#### > Dossier documentaire (documents 1 à 4)

Le dossier documentaire est organisé en une collection de documentations scientifiques et techniques liée au thème du sujet.

#### > Travail à réaliser par le candidat (questions 1 à 44)

Le sujet de physique-chimie s'appuie sur un ensemble de questionnements structuré en différentes parties indépendantes les unes des autres.

Les références au « dossier documentaire » peuvent être précisées ou non dans le questionnement.

**Le cas échéant, le candidat indique dans ses réponses les références des documents sur lesquels il s'appuie.**

#### > Documents réponses (documents réponses partie physique-chimie 1 et 2)

**Le candidat rend, avec son ensemble de copies relatif à cette partie de l'épreuve, les documents réponses de la partie physique-chimie présents en fin de sujet.**

## DOSSIER DOCUMENTAIRE

### Documentations scientifiques et techniques

#### **Document 1 : Les paramètres de l'équilibre de l'eau d'une piscine**

- Le potentiel hydrogène (pH) de l'eau d'une piscine publique d'eau douce traitée au chlore doit être compris entre 6,9 et 7,7 selon la législation.

Les régulateurs de pH de piscine mesurent le pH de l'eau et le réajustent si besoin en injectant, grâce à une pompe doseuse, une solution « pH Plus » pour augmenter le pH de l'eau ou « pH Moins » pour le diminuer.

- Le titre alcalimétrique complet (TAC) traduit la teneur en ions carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$  (aq), hydrogénocarbonate  $\text{HCO}_3^-$  (aq) et hydroxyde  $\text{HO}^-$  (aq) par sommation de leurs teneurs propres. Les ions hydrogénocarbonate sont responsables du pouvoir tampon de l'eau, c'est-à-dire de sa capacité à garder un pH constant. Il est donc important que le TAC d'une eau de piscine soit dans la gamme prescrite, sans quoi le pH se dérèglerait facilement.

Une unité de mesure du TAC est le degré français, de symbole °f. La correspondance entre une teneur exprimée en  $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$  et le degré français dépend des ions considérés :

$$\begin{aligned} 1 \text{ °f} &= 6,0 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1} \text{ d'ions } \text{CO}_3^{2-} \\ &= 12,2 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1} \text{ d'ions } \text{HCO}_3^- \\ &= 3,4 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1} \text{ d'ions } \text{HO}^- \end{aligned}$$

Le TAC de l'eau des piscines doit se situer entre 8 et 12 °f.

D'après [https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/texte\\_jo/JORFTEXT000043535394](https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/texte_jo/JORFTEXT000043535394)

<https://www.ozonex.fr/reglementation-normes-ars-piscine-publique.html>

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Duret%C3%A9\\_de\\_l'eau](https://fr.wikipedia.org/wiki/Duret%C3%A9_de_l'eau)

et <https://www.hydrologie-fc.fr/durete-eau-piscine-mesurer-abaisser-augmenter>

#### **Document 2 : Comment chauffer la piscine en récupérant l'énergie des eaux usées ?**

Les eaux usées domestiques, qui transitent dans nos réseaux urbains, sont à une température moyenne de 15 °C à 17 °C tout au long de l'année.

Il existe un projet innovant qui permet de récupérer l'énergie thermique présente dans le réseau d'eaux usées pour chauffer le bassin d'une piscine (voir figure ci-après avec des eaux du collecteur du réseau à 17 °C).

Les eaux usées du collecteur sont pompées, broyées puis dirigées vers un échangeur spiralé <sup>①</sup>. Dans cet échangeur circule également de l'eau glycolée (un fluide caloporteur, c'est-à-dire conducteur de chaleur) qui va récupérer l'énergie thermique des eaux usées. Les eaux usées refroidies sont rejetées dans le réseau, en aval du collecteur.

L'échangeur de chaleur est couplé à une nouvelle boucle en circuit fermé <sup>②</sup> qui alimente une pompe à chaleur de type eau/eau en vue d'une amélioration du potentiel calorifique.



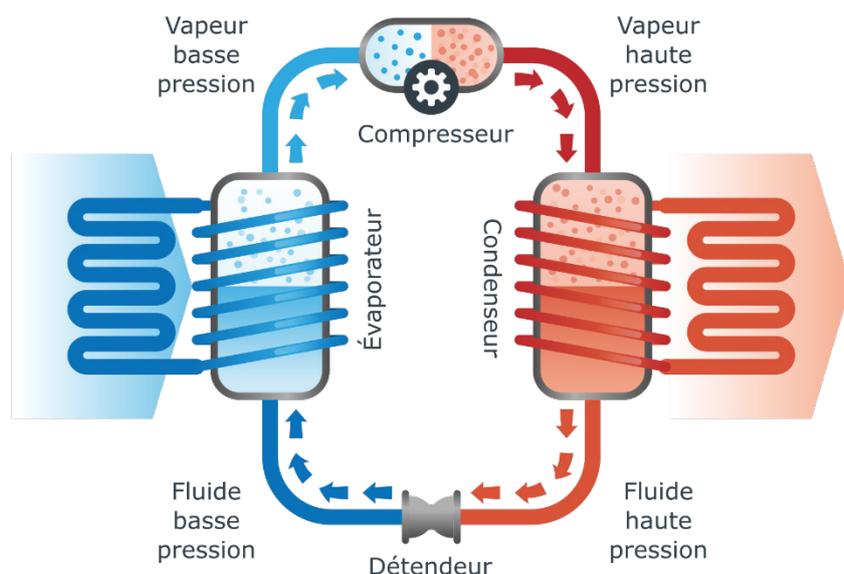


Figure d'après <https://www.mesh-energy.com/insights/how-do-heat-pumps-work-mesh-energy-explains>

#### **Document 4 : Fonctionnement de l'électrolyse de sel pour les piscines publiques**

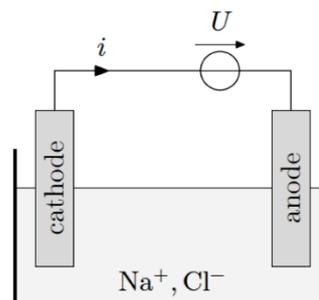
L'électrolyse de sel est un système de désinfection de l'eau de piscine dont le principe est de produire du « chlore actif » à partir de sel.

##### **A. Principe de l'électrolyse de sel**

L'électrolyseur dans lequel se déroule l'électrolyse de sel comporte une cellule d'électrolyse constituée d'électrodes en titane dans lesquelles passe un courant électrique (voir le schéma de principe ci-contre d'une cellule unité d'électrolyse).

Lorsque l'eau salée passe entre les électrodes de la cellule, il se produit :

- l'oxydation des ions chlorure sur l'électrode positive (anode), qui aboutit à la formation de dichlore ;
- la réduction de l'eau sur l'électrode négative (cathode), qui produit notamment des ions  $\text{HO}^-$ .



Pour de faibles concentrations en sel, le dichlore se transforme en « chlore actif »  $\text{HClO}$  en réagissant avec l'eau, ou en « chlore de réserve »  $\text{ClO}^-$  en réagissant avec les ions  $\text{HO}^-$ , en fonction du pH de l'eau.

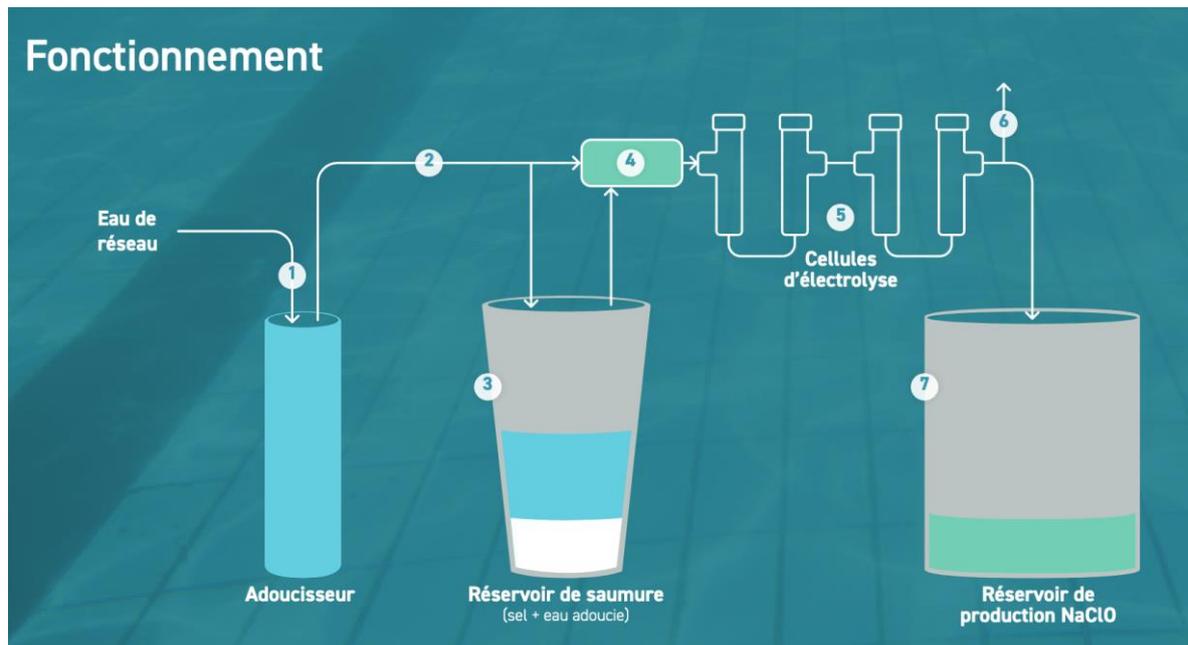
Comme le dichlore, le « chlore actif » en solution aqueuse est un puissant désinfectant qui élimine les micro-organismes (bactéries, virus, algues, etc.).

D'après <https://www.piscine-clic.com/news/2011/07/la-desinfection-par-electrolyse-cap-sur-la-piscine-au-sel/#principefonctionnement>

B. Procédé de production de chlore *in situ* par électrolyse de sel (procédé utilisé dans les piscines publiques)

Dans les piscines privées, le sel est versé directement dans la piscine (en faible concentration) et il est électrolysé dans l'eau du bassin. Dans les piscines publiques, le procédé est différent : le sel est placé directement dans l'électrolyseur.

De l'eau adoucie (2) – à partir de l'eau du réseau (1) – et de la saumure saturée en sel (3) sont mélangées (4) puis, par le passage à travers une ou plusieurs cellules d'électrolyse (5), sont transformées en une solution d'hypochlorite de sodium NaClO. Cette solution est stockée dans un réservoir (7), puis injectée dans la piscine par une pompe doseuse. L'hydrogène produit au cours de l'électrolyse est évacué vers l'extérieur (6).



D'après [https://pool-technologie.com/wp-content/uploads/2022/05/DOC\\_COMMERCIALE\\_PURECHLORE\\_FR.pdf](https://pool-technologie.com/wp-content/uploads/2022/05/DOC_COMMERCIALE_PURECHLORE_FR.pdf)

## TRAVAIL À RÉALISER PAR LE CANDIDAT

Les centres aquatiques doivent garantir hygiène, sécurité et confort pour le public qu'ils accueillent, ce qui suppose notamment une gestion performante des eaux des bassins. Les quatre parties de l'étude suivante, indépendantes entre elles, en traitent quelques aspects dont certains sont en lien avec les défis environnementaux, énergétique et budgétaire à relever au niveau de ces installations.

### Partie A – Qualité de l'eau d'une piscine

La qualité de l'eau des piscines recevant du public doit être conforme aux normes en vigueur.

Dans cette partie, seuls les deux paramètres suivants seront étudiés : le potentiel hydrogène ( $pH$ ) et le titre alcalimétrique complet ( $TAC$ ).

Données à 25 °C :

- Couples acide / base :

$(\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}) / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$ $pK_{A1} = 6,4$	$\text{HCO}_3^- (\text{aq}) / \text{CO}_3^{2-} (\text{aq})$ $pK_{A2} = 10,3$
-------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

- Couleurs et zone de virage du vert de bromocrésol :

Teinte de la forme acide	Zone de virage	Teinte de la forme basique
Jaune	$3,8 < pH < 5,4$	Bleue

- Masses molaires atomiques :

Atome	H	C	O	Ca	Mg
$M (\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$	1,0	12,0	16,0	40,1	24,3

#### A.1 – Régulation du potentiel hydrogène de l'eau ( $pH$ )

Un opérateur effectue une mesure du potentiel hydrogène de l'eau d'une piscine et obtient la valeur  $pH = 6,5$ . Il décide d'effectuer un traitement par apport complémentaire de carbonate de sodium en poudre  $\text{Na}_2\text{CO}_3(\text{s})$  à l'eau.

1. Commenter la valeur  $pH = 6,5$  au regard des informations du **document 1**.
2. Expliquer pourquoi l'apport de carbonate de sodium est de nature à améliorer le potentiel hydrogène de l'eau de la piscine.
3. Indiquer, avec justification, l'impact prévisible de cet apport sur le titre alcalimétrique complet de l'eau ( $TAC$ ).

## A.2 – Détermination du titre alcalimétrique complet de l'eau (TAC)

On souhaite déterminer le TAC de l'eau de la piscine dont le potentiel hydrogène a été ajusté à la valeur  $pH = 7,6$ .

Dans cet objectif, on dose les ions hydrogénocarbonate  $\text{HCO}_3^-$  dans 100,0 mL de cette eau, en présence de vert de bromocrésol, par une solution d'acide chlorhydrique ( $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$  ;  $\text{Cl}^-(\text{aq})$ ) de concentration en quantité de matière  $C_A = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Le volume versé à l'équivalence est  $V_E = 8,3 \text{ mL}$ .

4. Parmi les espèces dissoutes  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{HCO}_3^-$  et ( $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}$ ) de l'eau de la piscine de  $pH = 7,6$ , montrer que l'ion hydrogénocarbonate  $\text{HCO}_3^-$  est celle qui prédomine.
5. Expliquer pourquoi l'ion hydrogénocarbonate peut être qualifié d'espèce amphotère.
6. Donner une représentation de Lewis de cet ion.
7. Écrire l'équation de la réaction de titrage des ions hydrogénocarbonate et calculer sa constante d'équilibre  $K$ . Conclure sur le caractère total de la transformation.
8. Expliquer précisément comment est repérée l'équivalence du titrage.
9. Déterminer la concentration en masse en ions hydrogénocarbonate. En déduire, à l'aide du **document 1**, le TAC de l'eau de la piscine et conclure par rapport aux valeurs recommandées.

## Partie B – Étude énergétique et chauffage d'un bassin

### B.1 – Étude énergétique d'un bassin « écologiquement raisonnable »

On s'intéresse dans cette partie à une étude énergétique d'un bassin nordique. Il s'agit d'une piscine classique non couverte et peu profonde afin de permettre le chauffage de l'eau sur un volume réduit, dans le but d'être le plus économique possible. Il n'y a ni déshumidification, ni chauffage de l'air ambiant comme c'est le cas pour une piscine couverte.

#### B.1.1 – Pertes énergétiques d'un bassin nordique par évaporation

La température de l'eau du bassin diminue à cause de différentes pertes énergétiques. Ces pertes correspondent aux échanges thermiques qui ont lieu entre l'eau et son milieu environnant (parois de la piscine, air extérieur) et à l'évaporation en l'absence de couverture.

Données dans les conditions d'étude :

- Masse volumique de l'eau :  $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- Enthalpie massique de vaporisation de l'eau :  $L_v = 2,4 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique de l'eau :  $c_{\text{eau}} = 4,2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Dimensions du bassin (parallélépipède rectangle) :  
longueur  $L = 50 \text{ m}$ , largeur  $\ell = 25 \text{ m}$ , profondeur  $p = 1,5 \text{ m}$ .

- Pertes énergétiques par évaporation sans couverture pour une température de l'eau maintenue à 28 °C :
  - en journée (8 h – 20 h avec  $T_{air\ moyenne} = 20\text{ °C}$ ) :  $Q_{\text{évap jour}} = 2,0\text{ MW} \cdot \text{h}$  ;
  - la nuit (20 h – 8 h avec  $T_{air\ moyenne} = 10\text{ °C}$ ) :  $Q_{\text{évap nuit}} = 6,0\text{ MW} \cdot \text{h}$ .

D'après [http://www.jcg2.fr/ciblepisc\\_thermique.php?vote=calcul](http://www.jcg2.fr/ciblepisc_thermique.php?vote=calcul)

-  $1\text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \times 10^3\text{ J}$ .

10. Citer et décrire les trois modes de transfert thermique qui peuvent avoir lieu sur le bassin nordique.
11. Calculer le volume d'eau perdu par évaporation par le bassin nordique sans couverture sur une période de 24 heures. Commenter le résultat.
12. Expliquer pourquoi le phénomène d'évaporation contribue au refroidissement de l'eau du bassin. Déterminer la diminution journalière (24 heures) de la température de l'eau qui résulterait de l'évaporation seule, en l'absence de couverture et de tout autre transfert (notamment pas d'apport d'eau et absence de chauffage et de tout autre type d'échange thermique).

### B.1.2 – Diminution des pertes énergétiques par utilisation d'une couverture

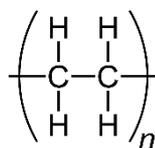
Pour réduire les pertes énergétiques et éliminer pratiquement toutes les pertes par évaporation, on installe une couverture en mousse de polyéthylène sur l'eau lorsque le bassin n'est pas utilisé, c'est-à-dire la nuit de 20 h à 8 h.

Données :

- Caractéristiques de la couverture en mousse de polyéthylène :

Épaisseur	Surface	Conductivité thermique
$e = 5,0\text{ mm}$	$S = 1\ 250\text{ m}^2$	$\lambda = 0,038\text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

- Formule du polyéthylène :



- Température de l'eau du bassin (constante) :  $T_{eau} = 28\text{ °C}$ .
  - Température nocturne de l'air extérieur (constante) :  $T_{air} = 10\text{ °C}$ .
13. Donner la formule semi-développée et le nom, dans la nomenclature officielle, du monomère à l'origine de la synthèse du polyéthylène.
  14. Déterminer le degré de polymérisation  $n$  d'un polyéthylène dont la masse molaire est de  $3,00 \times 10^6\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- 15.** Calculer la puissance thermique perdue à travers la couverture. Conclure sur l'énergie économisée  $Q$ , en MW · h, dans ces conditions en posant la couverture sur le bassin pendant une période de 12 heures (la nuit de 20 h à 8 h).

## B.2 – Étude du chauffage du bassin par utilisation des eaux usées

Il est nécessaire d'avoir un système de chauffage pour compenser les pertes énergétiques du bassin et le maintenir à température constante. Pour cela, il existe un procédé permettant d'exploiter le potentiel thermique des eaux usées domestiques qui transitent dans les réseaux urbains (**document 2**).

Données :

- Caractéristiques des eaux usées :

Débit volumique $D_v$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ )	Capacité thermique massique $c_{eau}$ ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	Masse volumique $\rho_{eau}$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	Température $T_e$ en entrée de l'échangeur ( $^{\circ}\text{C}$ )	Température $T_s$ en sortie de l'échangeur ( $^{\circ}\text{C}$ )
30	$4,2 \times 10^3$	$1,0 \times 10^3$	17	12

- Prix du  $\text{kW} \cdot \text{h}$  d'électricité : 0,25 €.
- Coût annuel d'un chauffage au gaz de la piscine : 190 k€.

### B.2.1 – Étude de l'échangeur récupérateur de l'énergie thermique des eaux usées

Le fluide caloporteur utilisé dans l'échangeur de récupération de l'énergie des eaux usées est de l'eau glycolée. Cette eau contient du glycol de formule semi-développée :  $\text{HO} - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ .

16. Nommer le groupe caractéristique présent dans la molécule de glycol et donner la fonction chimique associée.
17. Déterminer la puissance thermique récupérée par l'échangeur spiralé à partir des eaux usées circulant dans le réseau d'assainissement (**document 2**). On explicitera et discutera toute hypothèse effectuée dans le raisonnement mené.

### B.2.2 – Étude de la pompe à chaleur couplée à l'échangeur

Le fonctionnement de la pompe à chaleur est rappelé dans le **document 3**.

18. Justifier que la formule du  $COP$  de la pompe à chaleur donnée dans le **document 3** permet de quantifier la performance de la pompe à chaleur. Préciser et justifier les signes des grandeurs  $Q_f$ ,  $Q_c$  et  $W$ .
19. Dans le cas d'un fonctionnement réversible de la pompe à chaleur entre une source froide à la température  $T_f$  et une source chaude à la température  $T_c$ , montrer que le coefficient de performance est :

$$COP_{rév} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

20. Calculer le coefficient  $COP_{rév}$  pour  $T_f = 15^{\circ}\text{C}$  et  $T_c = 50^{\circ}\text{C}$ .

Le constructeur annonce pour le fonctionnement réel de la pompe à chaleur un  $COP$  égal à 4.

21. Commenter la validité de l'hypothèse de réversibilité du fonctionnement de la pompe à chaleur.

On considère que l'énergie thermique reçue par le fluide de la part de la source froide pendant une heure est  $Q_f = 170 \text{ kW} \cdot \text{h}$ .

22. En déduire l'énergie thermique  $Q_c$  produite par la pompe à chaleur et le travail  $W$  à fournir au compresseur pendant une heure.

23. Calculer le coût annuel du chauffage de la piscine par le procédé étudié. Conclure en comparant avec le coût annuel d'un chauffage au gaz de la piscine.

## Partie C – Traitement de l'eau de piscine par électrolyse de sel

L'électrolyse de sel permet de nettoyer l'eau d'une piscine en la désinfectant. Les ions chlorure apportés par le sel se transforment en espèces chlorées grâce à l'apport d'énergie électrique (**document 4**).

### C.1 – Diagramme potentiel-pH du chlore

Données :

- Couples d'oxydo-réduction :  $\text{Cl}_2(\text{g}) / \text{Cl}^-(\text{aq})$  ;  $\text{H}^+(\text{aq}) / \text{H}_2(\text{g})$ ,  $\text{HClO}(\text{aq}) / \text{Cl}_2(\text{g})$ .
- Couple acide-base :  $\text{HClO}(\text{aq}) / \text{ClO}^-(\text{aq})$ .
- Potentiel standard :  $E^\circ(\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = 1,23 \text{ V}$  à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $\text{pH} = 0$ .
- Constante de Faraday :  $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$ .
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Nombres d'oxydation de l'élément chlore :

n.o. (Cl)	-I	0	+I
Espèces correspondantes	$\text{Cl}^-(\text{aq})$	$\text{Cl}_2(\text{g})$	$\text{HClO}(\text{aq}), \text{ClO}^-(\text{aq})$

Le diagramme potentiel-pH du chlore en solution aqueuse est donné dans le **document réponse 1 à rendre avec la copie**. La concentration de tracé est  $C = 0,100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  pour l'ensemble des espèces chlorées en solution aqueuse et la pression partielle de tracé en dichlore gazeux est de 1,00 bar.

24. Identifier les espèces A, B, C, D parmi  $\text{Cl}^-(\text{aq})$ ,  $\text{Cl}_2(\text{g})$ ,  $\text{HClO}(\text{aq})$  et  $\text{ClO}^-(\text{aq})$ .

25. Déterminer, à l'aide du **document réponse 1**, le  $pK_A$  du couple  $\text{HClO}(\text{aq}) / \text{ClO}^-(\text{aq})$ .

26. Montrer que la droite frontière séparant les domaines  $\text{O}_2(\text{g})$  et  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ , pour une pression en dioxygène de 1 bar et à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , a environ pour équation :  $E = 1,23 - 0,06 \text{ pH}$  (en volts). Tracer cette droite sur le **document réponse 1 à rendre avec la copie** et y préciser le domaine de stabilité de l'eau.

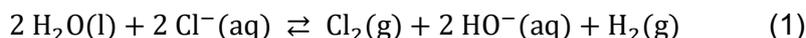
27. Conclure quant à la stabilité thermodynamique du dichlore gazeux dans l'eau d'une piscine.

## C.2 – Principe de l'électrolyse de sel

28. À l'aide du **document 4 A.**, écrire la demi-équation d'oxydoréduction se produisant à l'anode de la cellule d'électrolyse.

29. À l'aide du **document 4 A.**, écrire la demi-équation d'oxydoréduction se produisant à la cathode de la cellule d'électrolyse.

30. Montrer que l'équation de la réaction de l'électrolyse est :

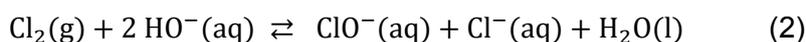


Données :

- Masse molaire du chlore :  $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .
- Intensité du courant dans une cellule d'électrolyse :  $I = 18 \text{ A}$ .

31. Calculer la masse de dichlore produite par une cellule d'électrolyse par heure.

Les ions hydroxyde et le dichlore formés au cours de l'électrolyse sont consommés lors d'une nouvelle transformation chimique d'équation :



32. Donner le nom de ce type particulier de réaction électrochimique.

## C.3 – Procédé de production de dichlore in situ par électrolyse de sel

Dans le souci d'améliorer l'aspect écologique du traitement de l'eau et la sécurité du personnel, on souhaite équiper le bassin sportif du centre aquatique d'un électrolyseur de sel qui produit du dichlore *in situ*, dans un local technique (voir **document 4 B.**).

Données :

- Intensité du courant dans une cellule d'électrolyse :  $I = 18 \text{ A}$ .
- Tension aux bornes d'une cellule d'électrolyse :  $U = 10,8 \text{ V}$ .
- Conductivité de la solution salée traversant la cellule d'électrolyse :  $\sigma = 3,0 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ .
- Surface d'une électrode de cellule d'électrolyse :  $S = 0,010 \text{ m}^2$ .
- Distance entre deux électrodes d'une cellule unité d'électrolyse :  $e = 6 \text{ mm}$ .

### C.3.1 – Des cellules d'électrolyse composées de plusieurs électrodes

Dans l'objectif d'augmenter la production de dichlore, les cellules d'électrolyse de l'électrolyseur sont composées de plusieurs électrodes. Si une électrode est insérée entre l'anode et la cathode de la cellule d'électrolyse, elle se polarise sur chaque face. On obtient ainsi plusieurs cellules unités disposées à la suite les unes des autres.

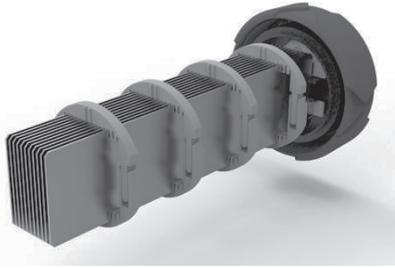


Photo d'une cellule d'électrolyse comportant plusieurs électrodes

D'après <https://pool-technologie.com/les-cellules>



Exemple d'une cellule d'électrolyse à 3 électrodes formant 2 cellules unités

33. Calculer la résistance électrique de la solution comprise entre les deux électrodes d'une cellule unité d'électrolyse.

Les cellules unités constituant la cellule d'électrolyse peuvent être modélisées par des résistances électriques montées en série.

34. En déduire le nombre d'électrodes de la cellule d'électrolyse utilisée pour le bassin sportif du centre aquatique.

### C.3.2 – Choix du nombre de cellules de l'électrolyseur

La gamme d'électrolyseurs industriels choisie permet une production de  $\text{Cl}_2(\text{g})$  de  $3,9 \text{ g} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}$ . Pour le bassin sportif, le fabricant conseille une production optimale de dichlore égale à  $560 \text{ g} \cdot \text{h}^{-1}$ .

D'après [https://pool-technologie.com/wp-content/uploads/2021/01/091910\\_PURECHLORE\\_8PAGES\\_FR.pdf](https://pool-technologie.com/wp-content/uploads/2021/01/091910_PURECHLORE_8PAGES_FR.pdf)

35. Calculer le nombre de cellules d'électrolyse à disposer en parallèle dans l'électrolyseur pour assurer cette production.
36. En déduire la puissance consommée par l'électrolyseur.

### C.3.3 – Ventilation du local technique et adoucissement de l'eau (document 4 B.)

37. Expliquer pourquoi il est nécessaire de ventiler le local technique où se trouve l'électrolyseur.
38. Expliquer l'intérêt d'utiliser un adoucisseur d'eau en amont du procédé d'électrolyse.

## Partie D – Étude du circuit de filtration de l'eau

On étudie le circuit de filtration d'un bassin sportif. Pour simplifier l'étude, on considère qu'une seule pompe assure le recyclage de l'eau en l'aspirant à travers une bonde (point A) située au fond du bassin. L'eau est refoulée au niveau de la surface de l'eau du bassin (point R).

Données :

- Dimensions du bassin sportif intérieur (parallélépipède rectangle) : longueur  $L = 25,0 \text{ m}$ , largeur  $\ell = 20,0 \text{ m}$ , profondeur  $p = 2,00 \text{ m}$ .
- Débit volumique de la pompe :  $D_v = 250 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ .

- Diamètre intérieur du tuyau d'aspiration :  $d = 25,0 \text{ cm}$ .
- Pression atmosphérique :  $P_{atm} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$ .
- Vitesse de l'eau au niveau du refoulement :  $v_R = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- Masse volumique de l'eau à  $28 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $\rho_{eau} = 9,96 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- Viscosité dynamique de l'eau à  $28 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $\mu_{eau} = 8,33 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .
- Intensité de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### D.1 – Caractéristiques du circuit d'aspiration de la pompe

Le système de filtration d'une piscine assure 80 % de la purification de l'eau, le reste étant pris en charge par les produits de traitement. La durée d'un cycle de filtration doit répondre à des normes en vigueur qui sont obligatoires pour des piscines d'une surface supérieure à  $240 \text{ m}^2$  :

Pataugeoire	Bassin de profondeur $\leq 1,50 \text{ m}$	Bassin de profondeur $> 1,50 \text{ m}$	Bassin de plongeon
30 min	1 h 30	4 h 00	8 h 00

D'après <https://www.ozonex.fr/reglementation-normes-ars-piscine-publique.html>

39. Calculer la durée nécessaire pour recycler la totalité de l'eau du bassin. Conclure par rapport aux normes en vigueur.
40. Montrer que la vitesse d'aspiration de l'eau  $v_A$  est environ égale à  $1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
41. En déduire la valeur du nombre de Reynolds pour l'écoulement dans le tuyau d'aspiration. Conclure sur la nature de cet écoulement.
42. Montrer, en explicitant toute hypothèse effectuée, que la pression à l'entrée de la bonde de fond au point A, notée  $P_A$ , est environ égale à  $1,2 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

### D.2 – Choix de la pompe du circuit de filtration

Afin de dimensionner la pompe de recyclage de l'eau, on évalue les pertes de charge du circuit de filtration (c'est-à-dire l'équivalent en termes de hauteur d'eau des pertes dues à l'ensemble des frottements) à  $\Delta h = 11,8 \text{ m}$ .

43. Montrer que la hauteur manométrique totale (*HMT*) de la pompe (c'est-à-dire l'équivalent en termes de hauteur d'eau de la puissance de la pompe à utiliser), est environ égale à  $12 \text{ m}$ .

On dispose de plusieurs pompes dont les caractéristiques sont données dans le **document réponse 2, à rendre avec la copie**.

44. Indiquer, en justifiant graphiquement sur ce document, la pompe que l'on doit choisir pour assurer le recyclage de l'eau du bassin.



**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**

# DOCUMENTS RÉPONSES DE LA PARTIE PHYSIQUE-CHEMIE

## À RENDRE AVEC LA COPIE

### Document réponse de la partie physique-chimie 1

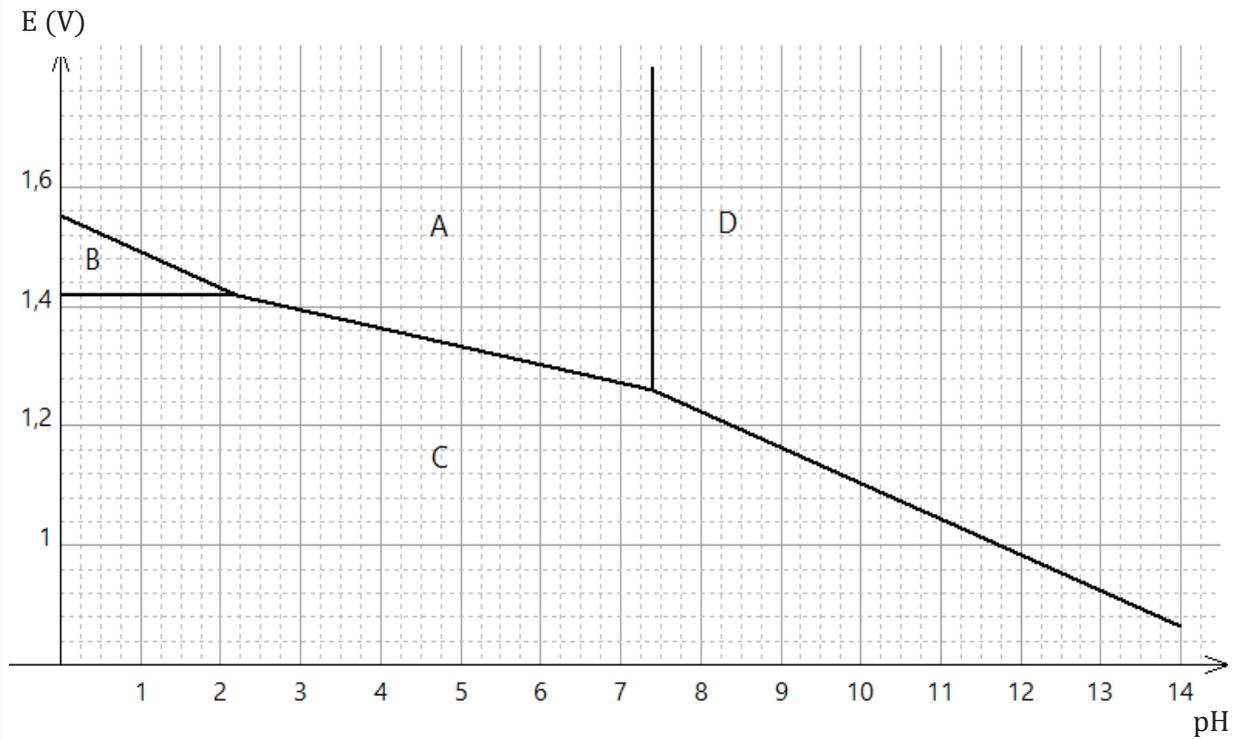
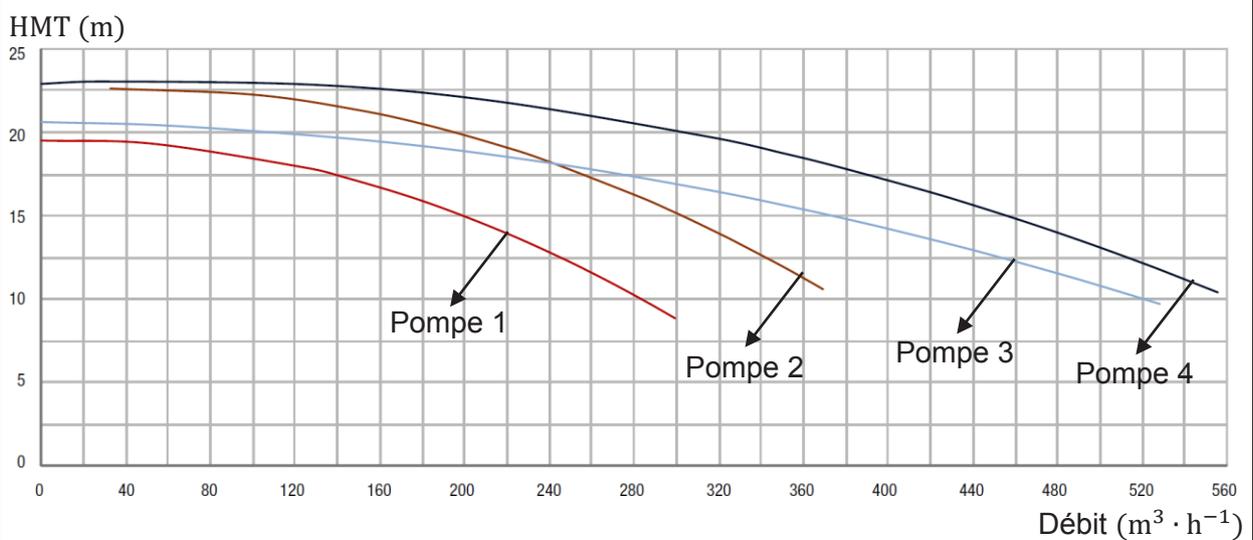


Diagramme potentiel-pH du chlore

### Document réponse de la partie physique-chimie 2



Courbes caractéristiques de pompes

D'après <https://bombaspsh.com/wp-content/uploads/2021/05/2011-psh-publicas-fdn-1500-hv.pdf>

